



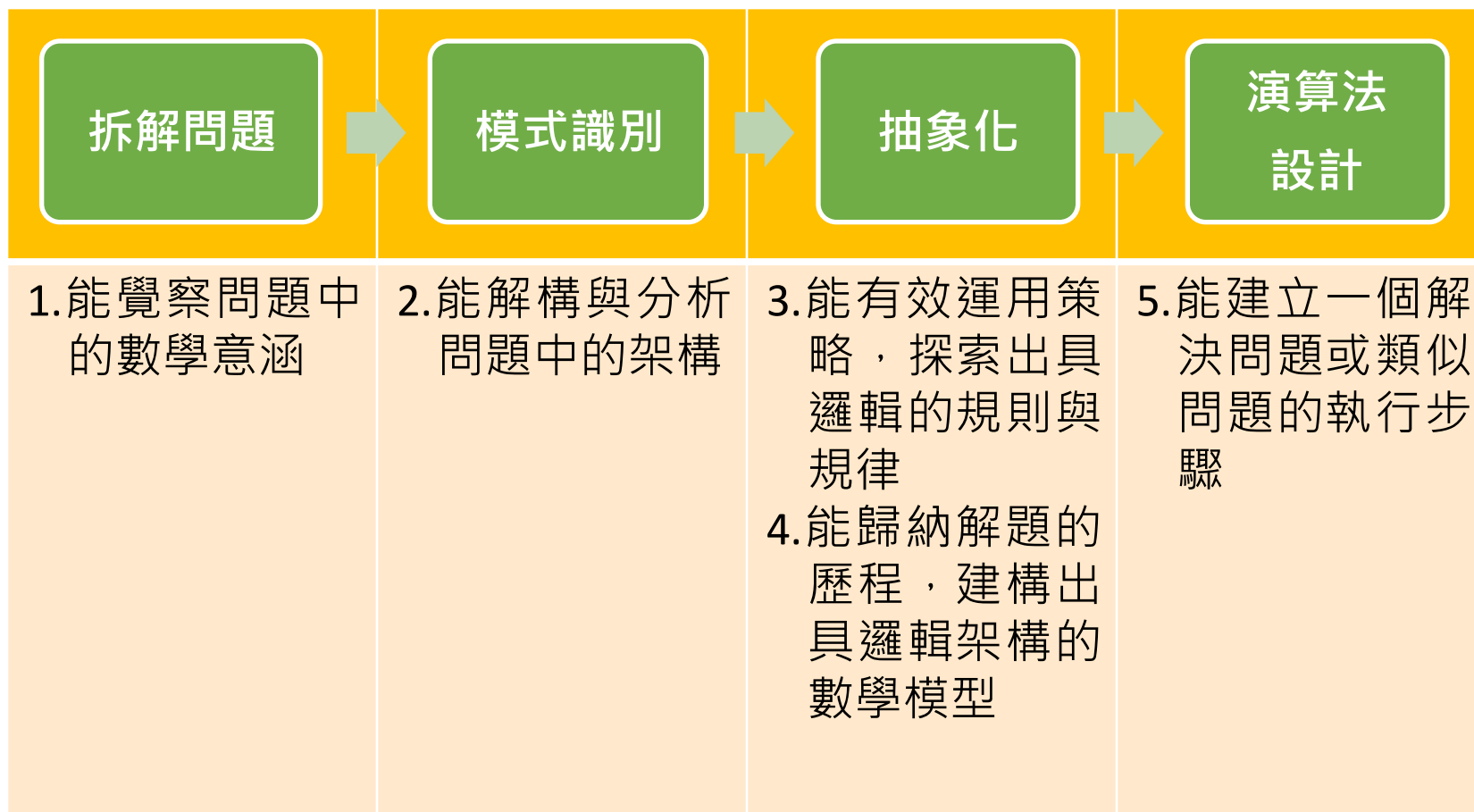
國中數學領域教學示例

新北市立錦和高中 吳孟仁

sluskey@jhsh.ntpc.edu.tw

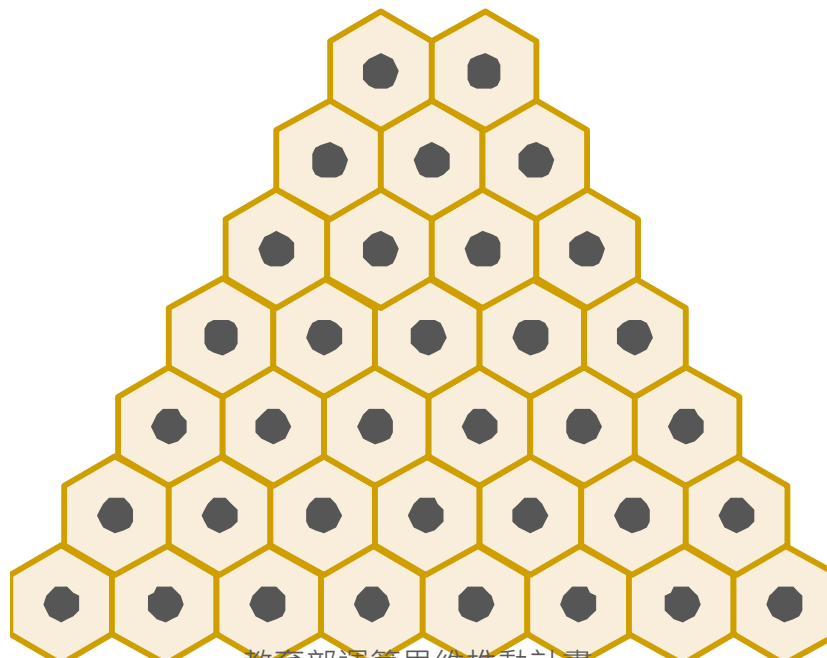


教學目標



問題

- 小英參觀蠟筆工廠，發現桌上放了一堆蠟筆(如圖)，她想知道這堆蠟筆共有多少根？



教育部運算思維推動計畫



拆解問題



模式識別

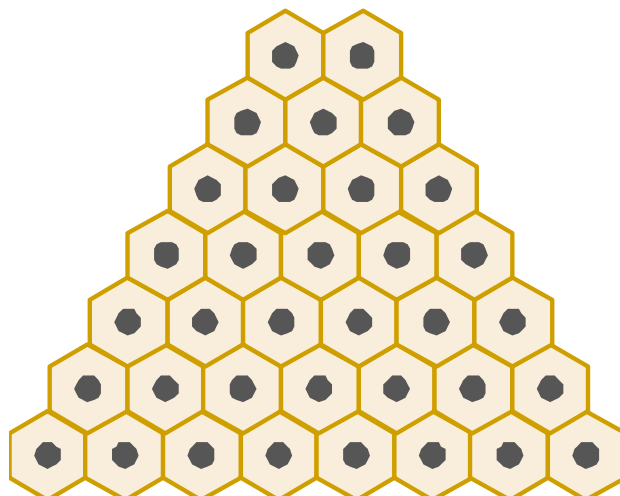


抽象化



演算法
設計

- 觀察各層的蠟筆數，從最上層算起，依序是2根、3根、4根、5根、6根、7根、8根
- 蠟筆總數就是 $(2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8)$ 根



拆解問題



模式識別

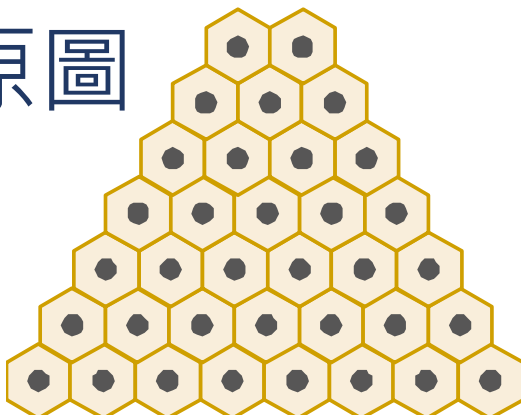


抽象化

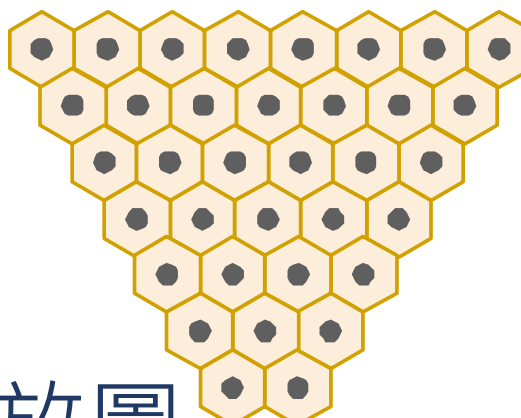


演算法
設計

原圖



$$S = 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8$$



$$S = 8 + 7 + 6 + 5 + 4 + 3 + 2$$

倒放圖



拆解問題



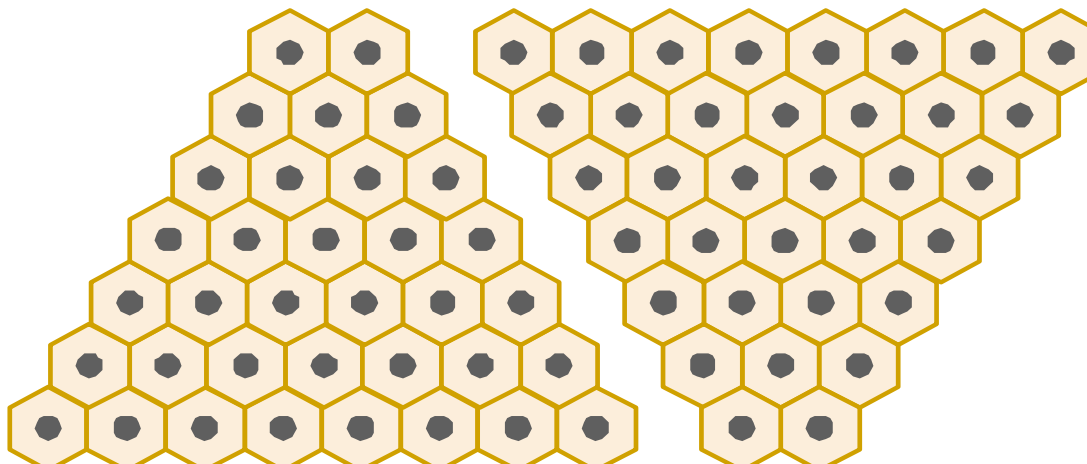
模式識別



抽象化



演算法
設計

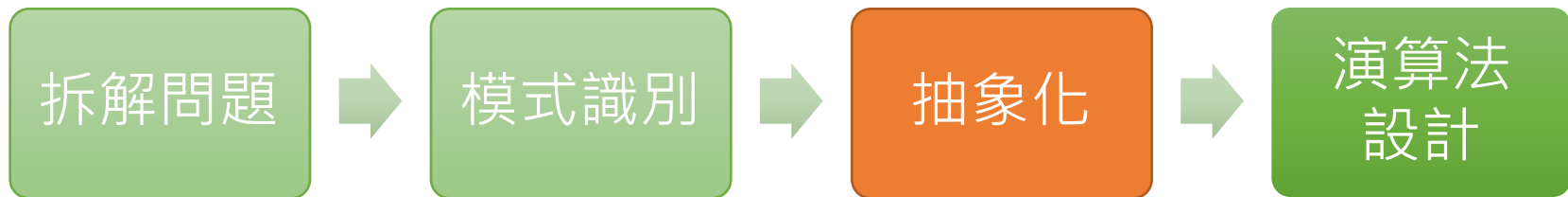


$$S = 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8$$

$$S = 8 + 7 + 6 + 5 + 4 + 3 + 2$$

$$2S = 10 \times 7, \quad S = 10 \times 7 / 2 = 35$$





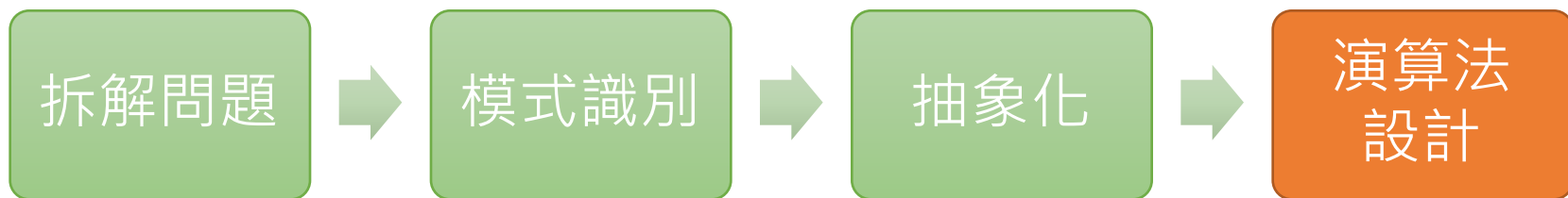
$$S_n = a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{n-1} + a_n$$

$$+) S_n = a_n + a_{n-1} + a_{n-2} + \dots + a_2 + a_1$$

$$2S_n = (a_1 + a_n) + (a_2 + a_{n-1}) + (a_3 + a_{n-2}) + \dots + (a_{n-1} + a_2) + (a_n + a_1)$$

$$\text{故 } S_n = \frac{n(a_1 + a_n)}{2}$$





設公差為 d 的等差數列 $\langle a_n \rangle$ 前 n 項的總和為

$$S_n = a_1 + a_2 + \dots + a_n ,$$

$$\text{則 } S_n = \frac{\text{項數} \times (\text{首項} + \text{末項})}{2} = \frac{n (a_1 + a_n)}{2}$$

傳統教法與運算思維比較

- 數字如何與幾何梯形圖產生連結
- 為何公式中要有除以2的算式
- 總和公式推倒過程中，有無簡單數字當作範例
- $2 + 5 + 8 + 11 + 14 + 17 + 20$ ，如何透過圖形而不用代公式算出



數字如何與幾何梯形圖產生連結

- 傳統

- 背公式，代入數值得到答案

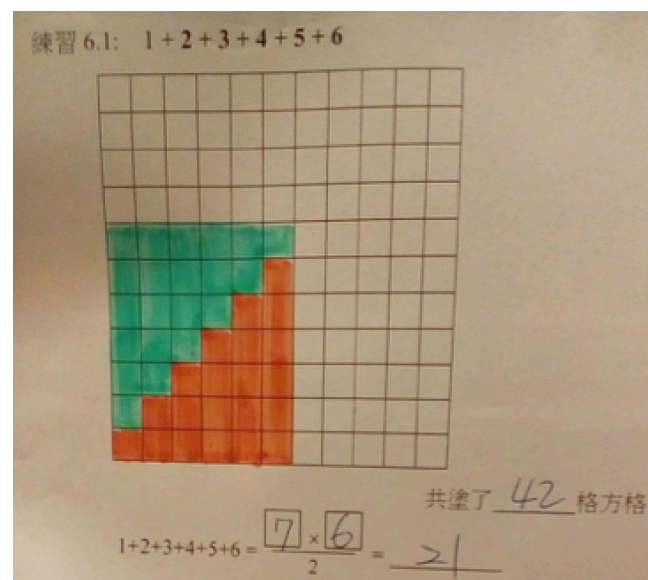
- 運算思維

- 透過圖形的對應，會比較具體化，且易理解，上底是首項、下底是末項、高是項數，而面積即是總和



為何公式中要有除以2的算式

- 傳統
 - 很難解釋
- 運算思維
 - 透過原圖、倒放圖、合併圖，了解為何要除以2
 - 操作學習單，體會會更深



總和公式推導過程中， 有無簡單數字當作範例

- 傳統

- 很難理解

- 運算思維

- 由高斯算法的數字對照

- $S=2+3+4+5+6+7+8$

- $S=8+7+6+5+4+3+2$

- 比較好理解



$2 + 5 + 8 + 11 + 14 + 17 + 20$ ， 如何透過圖形而不用代公式算出

- 傳統

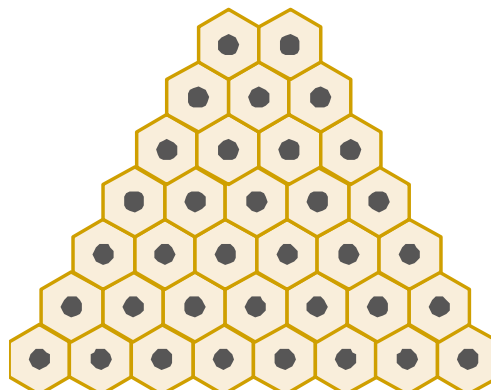
- 若不套用公式，很難算出來。

- 運算思維

- 不一定要代公式，透過圖形或高斯算法也可得知總和



學習單



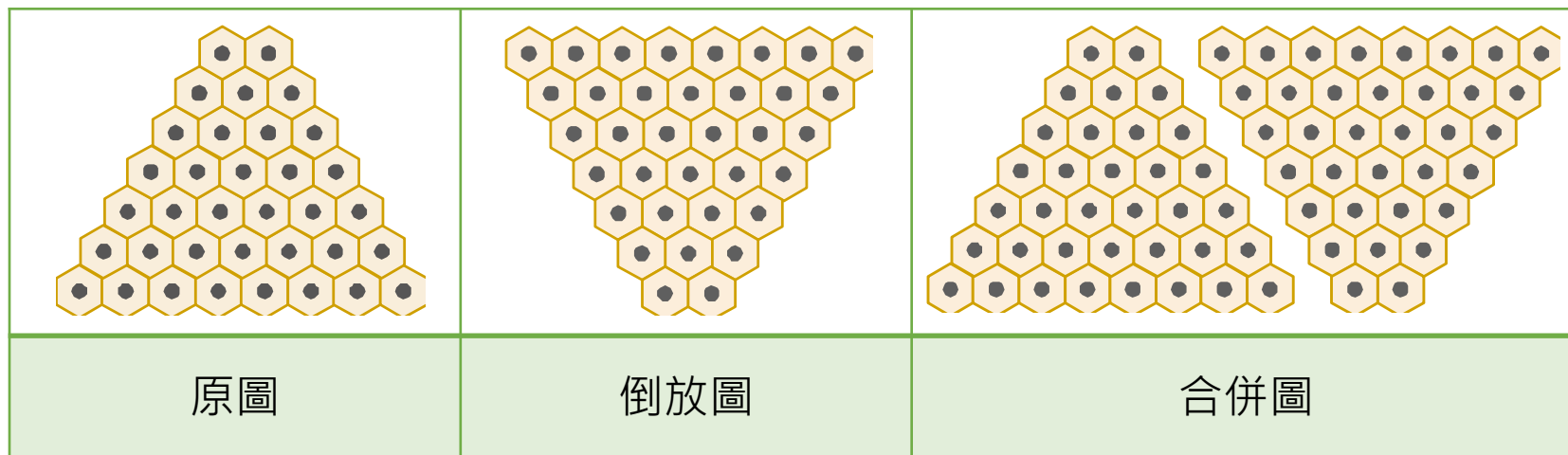
- 國二梯形面積公式的推導

- 小英參觀蠟筆工廠，發現桌上放了一堆蠟筆(如圖)，她想知道這堆蠟筆共有多少根？

- 觀察各層的蠟筆數，從最上層算起，依序是2根、3根、4根、5根、6根、7根、8根，因此蠟筆總數就是_____根
- 請列出算式即可



學習單



- 原圖的算式
- 倒放圖的算式
- 合併圖的總數
- 原圖的總數



學習單

- 梯形公式 $S_n = \frac{n(a_1 + a_n)}{2}$ 的推導

- $2 + 5 + 8 + 11 + 14 + 17 + 20$ 等於多少？

(1) 代公式

(2) 圖形方法

