

新北市國小數學領域素養導向評量整合教學活動設計表

單元名稱：第八單元面積

本節教學主題：面積的變化與應用

節數：共七節，本節為第六、七節

授課年級：五年級

設計者：李佳容

社群成員：新北市數學輔導團

一、教材與學生分析

(一)本單元對應之課程綱要學習重點

| 學習表現 | 學習內容 |
|--|---|
| s-III-1：理解三角形、平行四邊形與梯形的面積計算。 r-III-3：觀察情境或模式中的數量關係，並用文字或符號正確表述，協助推理與解題。 | S-5-2 三角形與四邊形的面積：操作活動與推理。利用切割重組，建立面積公式，並能應用。 R-5-3 以符號表示數學公式：國中代數的前置經驗。初步體驗符號之用，隱含「符號代表數」、「符號與運算符號的結合」的經驗。應併入其他教學活動。 |

(二)本單元學習目標

1. 透過點數方格與切割重組活動，理解與應用平行四邊形面積公式。
 2. 透過點數方格與複製拼湊活動，理解與應用三角形面積公式。
 3. 透過點數方格與切割重組活動，理解與應用梯形面積公式。
1. 計算簡單複合圖形的面積。

(三)本單元學生先備知識與學習困難

| 學生先備知識 | 學生可能的學習困難 |
|---|--|
| 1. 認識三角形的底和高，並能畫出任一底邊上的活動 2. 利用三角形的面積公式求面積 | 1. 當給定的底邊不是水平線時，部分學生無法畫高或找不到高 2. 在複合圖形中找不到三角形的底和高 3. 無法藉由底、高的倍數關係，推理得知面積變化 |

(四)各節次學習活動設計

| 節次 | 單元學習目標 | 各節活動目標 |
|---------------|-------------------------------|---|
| 一、二 | 透過點數方格與切割重組活動，理解與應用 平行四邊形面積公式 | 1-1 透過點數方格與切割重組活動，計算平行四邊形面積 2-1 認識平行四邊形的底和高，並能畫出任一底邊上的高。 2-2 利用平行四邊形面積公式求面積 |
| 三、四 | 透過點數方格與複製拼湊活動，理解與應用 三角形面積公式 | 3-1 透過點數方格與複製拼湊活動，計算三角形面積 4-1 認識三角形的底和高，並能畫出任一底邊上的高。 4-2 利用三角形面積公式求面積 |
| 五 | 透過點數方格與切割重組活動，理解與應用 梯形面積公式 | 5-1 透過點數方格與切割重組活動，計算梯形面積。 5-2 認識梯形的上底、下底和高 5-3 利用梯形面積公式求面積 |
| 六、七 (本節教學) | 透過操作活動與計算驗證，發現底高變化與面積之間的關係 | 6-1 透過操作活動與計算驗證，發現等底同高的 三角形面積相等 6-2 透過操作活動與計算驗證，理解三角形底或 高的變化對面積的影響 |
| 八 | 利用切割成認識的圖形，求複合圖形的面積 | 7-1 利用分割法將複合圖形分割成已知面積公式 的圖形再進行計算。 7-2 利用扣除或平移重組的方式計算包含道路之 複合圖形面積。 |

(五)本節教材研究分析

關於本學習內容的詮釋如下：

(一)十二年課綱數學領綱學習內容與課程手冊說明：

S-5-2 三角形與四邊形的面積：操作活動與推理。利用切割重組，建立面積公式並能應用。備註：計算面積的問題，若採用分數或小數之邊長與高，必須在分數和小數的乘法後教學(N-5-5、N-5-8)。

◆ 課程手冊說明

- 運用 S-3-4 圖形分割活動的經驗以及 S-4-3 長(正)方形面積的學習，可以推導出平面圖形面積的求法，進而建立簡單平面圖形的面積公式。

2. 平面圖形的面積公式，應至少包括

三角形面積公式：底 \times 高 \div 2

平行四邊形面積：底 \times 高

梯形面積：(上底+下底) \times 高 \div 2

只要圖形上標記清楚，這些公式也可以用符號來表示(R-5-3)

3. 教師討論面積的公式時，應主動討論學生很容易忽略的情況，至少在三角形和平行四邊形時，應討論各種「高」的取法，避免學生認為高的端點一定或落在圖形的邊上。

★ 教材分析後問題思考：

1. 如何檢視學生能應用三角形面積公式，理解底、高、面積三者之關係？

2. 如何檢視學生能理解三角形的高有各種不同的取法？

3. 如何針對評量後學生作答表現即時處理教學回饋，並進行有效討論？

本節課的設計是先進三角形的切割重組，透過切割重組成平行四邊形的過程，再次強調三角形面積公式，並透過(底不同、高相同)的三角形發現面積與底高之間的關係，並且理解三角形面積的大小是受「底」和「高」的影響。接著進行三角形高相同時，其底和面積的變化關係的非選題(建構反應題)進行學生個人評量，再透過關鍵提問對學生常見的錯誤例進行概念澄清，並提昇學生的評析能力；以及多元類型的正確例欣賞不同的解題策略，提昇學生的解題思維。

二、本節素養導向的評量試題設計說明(資料引自新北市《國小數學素養導向評量與設計內容》內容)

(一)素養導向的評量試題設計說明

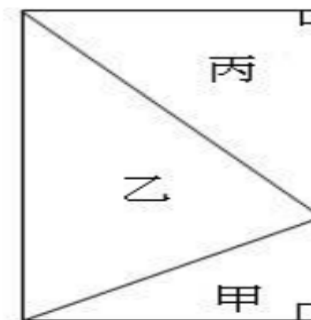
本節課素養導向教學設計要點及相關內涵

| | |
|---|--|
| 定 | <ul style="list-style-type: none"> ■ 定 1 確認評量定位：課堂形成性評量 ■ 定 2 設定評量目標：知識向度(空間與形狀)，認知層次(概念理解) ■ 定 3 決定命題題型：非選題 |
| 連 | <ul style="list-style-type: none"> ■ 連 1 連結情境脈絡：日常生活情境(低相關)、數學探究情境(高相關) ■ 連 2 連結領域議題：健康與體育領域 低相關 ■ 連 3 連結解題思維：推論、說理、表徵 |
| 得 | <ul style="list-style-type: none"> ■ 得 1 評析作答表現：即時檢視學生作答類型分類、掌握整體作答情況 ■ 得 2 詮釋學習結果：依現場學生作答情況，即時判斷需討論的錯誤解題想法及分享正確的多元解題策略類王 ■ 得 3 促進學習回饋：典型錯誤類型討論與澄清、正確的多元解題策略分享及優良作答欣賞 |

(一)【非選題】評量內容：

1. 評量目標：三角形高相同時，其底和面積的變化關係。
2. 試題內容：

新北國小推廣「食農教育」，培養學生簡單的耕食技能。學校規劃一塊長方形菜圃，讓五年級甲、乙、丙三個班認養(如右圖)。丙班認養的面積是甲班的 2 倍，乙班認養的面積會是甲班的幾倍？並請說明你的理由。



作答欄：

| | |
|-------------------------------|------------------|
| <p>(1) 乙班認養的面積是甲班認養面積的幾倍？</p> | <p>(2) 我的理由：</p> |
|-------------------------------|------------------|

(二)學生正確的多元解題策略：(以專書內容為主，如有需要則依據本節處理的評量重點進行內容微調)

最多數學生是利用作圖畫輔助線切割的方式找出「乙=甲+丙」，並利用「丙面積是甲的 2 倍」，正確回答出乙面積是甲的 3 倍。部分學生能從題目得知「甲乙丙三角形高相同」及「丙班認養的面積是甲班的 2 倍」，這二個條件來假設甲底邊長是 1 倍，丙底邊長度是 2 倍，乙則是甲+乙長度的合所以是 3 倍，運用底邊長度的關係來推論其面積關係。另有學生則利用實際測量或假設長度的方式，進行面積的計算得知乙面積是甲的 3 倍。

(三)學生常見的錯誤解題想法：(以專書內容為主，如有需要則依據本節處理的評量重點進行內容微調)

大部分的學生認為甲、乙、丙三者的面積關係皆為 2 倍，所以 2 倍的 2 倍就是 4 倍。所以回答乙面積是甲的 4 倍。另外，部分學生誤認為乙面積和丙面積一樣大，所以乙面積是甲的 2 倍。少部分學生因假設長度後計算錯誤，而導致推論錯誤。由以上錯誤類型中可見，即使在提供具體圖形可操作的情形下，此類學生仍無法理解題目的意義(圖形之間的倍數關係)，表示對幾何圖形的性質無法掌握，甚至是圖形切割的具體操作活動都缺乏相當的經驗。

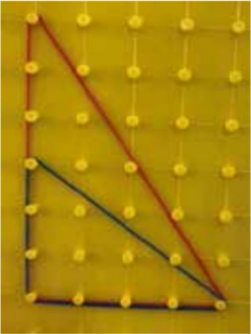
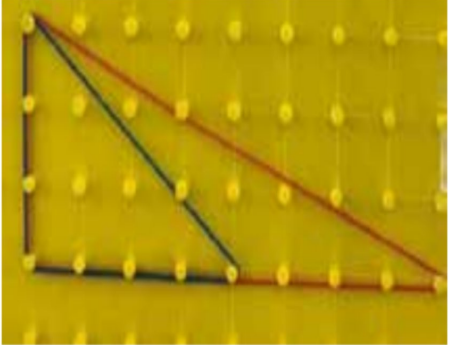
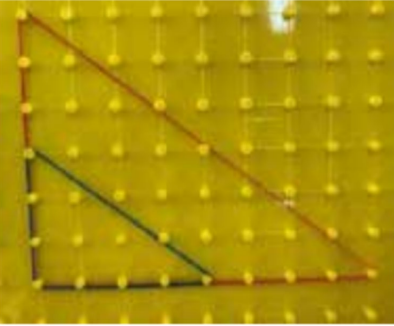
(四)評量內涵及教學建議：(以專書內容為主，如有需要則依據本節處理的評量重點進行內容微調)

本試題主要評量目的在測量學生能否理解不同的三角形當其高相同時，其底和面積的變化關係，學生要理解這些變化關係，應奠基於具有切割重組與認識簡單幾何圖形性質的前置經驗，乃能進行圖形面積關係的推導。因此，在教學上有以下幾點建議：

1. 利用底高的倍數變化，觀察同底不同高、同高不同底、不同底不同高的面積變化

教師可以利用釘版做三角形底高倍數變化的三種情形：同底不同高、同高不同底、不同底不同高

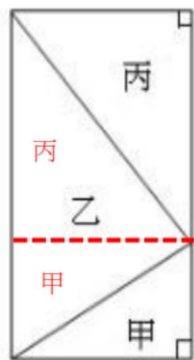
讓學生透過觀察而理解。如下所示：

| 同底不同高 | 同高不同底 | 不同底不同高 |
|---|---|---|
|  |  |  |
| | | |

透過釘版的圖像呈現，再藉由面積公式可以觀察底高的倍數與面積倍數的關係。

2. 幫助學生在未提供數據的三角形面積題，觀察底、高與面積的關係

從題目的圖形上畫線發現三角形甲、乙、丙的高都是一樣是此長方形的寬，所以甲、乙、丙三角形底、高的關係是「同高不同底」。由題目可知丙三角形面積是甲的 2 倍，故可知丙的底邊是甲的 2 倍。圖中可知乙三角形的底=長方形的長，甲+丙的底=長方形的長，所以甲底(1 倍)+丙底(2 倍)=乙三角形的底(3 倍)。因為甲乙丙三角形的高都一樣，底邊的倍數即等於面積的倍數關係，所以乙面積是甲面積的 3 倍。

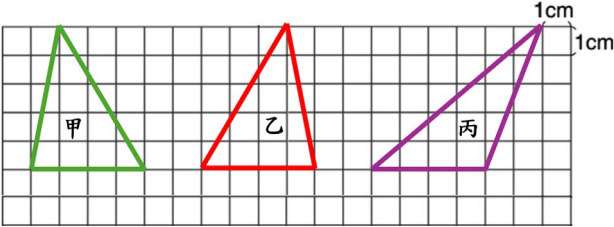


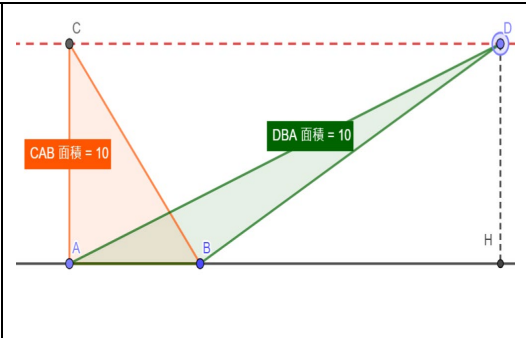
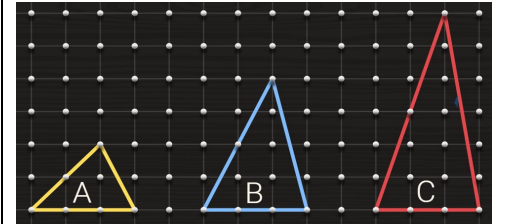
| | 底 | × 高 ÷ 2 |
|------|-----------|-----------|
| 甲三角形 | = (甲) | × 高 ÷ 2 = |
| 丙三角形 | = (甲 × 2) | × 高 ÷ 2 = |
| 乙三角形 | = (甲 + 丙) | × 高 ÷ 2 |
| | = 甲 × 3 | × 高 ÷ 2 = |

三、本節素養導向的課程與教學設計說明

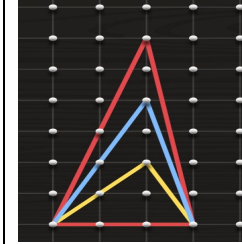
| 素養導向教學設計要點 | | 與本節課活動內容設計的關聯說明 |
|------------|--|---|
| 轉 | <ul style="list-style-type: none"> ■ 轉 1 情境問題轉化 ■ 轉 2 新舊經驗銜接 □ 轉 3 數學概念連結 | <p>轉 1：複習三角形面積公式。</p> <p>轉 2：透過等積異形的三個三角形，讓學生發現三角形同底同高時面積會一樣大。</p> <p>轉 3：</p> |
| 做 | <ul style="list-style-type: none"> ■ 做 1 概念操作理解 ■ 做 2 解題策略探究 ■ 做 3 數學語言溝通 | <p>做 1：透過三角形的動態操作，理解底、高之間的倍數與面積的關係</p> <p>做 2：透過圖示表徵，讓學生理解三角形底相同時，其高和面積的變化，並利用非選題的評量活動，澄清討論迷思概念，並分享不同的解題策略。</p> <p>做 3：能用數學語言說明三角形面積與底高之間的關係。</p> |
| 得 | <ul style="list-style-type: none"> ■ 得 1 思考能力提升 ■ 得 2 解題態度培養 ■ 得 3 共同學習增能 | <p>得 1：透過評量題引發學生利用底邊倍數去理解面積倍數的關係，提昇學生思考層次。</p> <p>得 2：利用評量題不同解題的策略，讓學生從不同的策略中去思考底、高與面積之間關係</p> <p>得 3：透過評量題錯誤例的討論與澄清及正確例的分享，共同學習不同的解題思維。</p> |

◆本節學習活動的設計

| 階段 | 探究情境及學習活動設計 | 關鍵提問設計(A) A1 呈現事實的提問 A2 引發探究的提問 A3 分析推論的提問 A4 延伸連結的提問 A5 歸納統整的提問 | 學習表徵(R) R1 實際情境 R2 具體操作物 R3 圖像模型 R4 書寫符號 R5 口說語言 操作學具(T) T1 實體學具 T2 虛擬學具 | 對應素養導向教學設計要點 (轉、做、得) |
|------|--|--|---|--|
| 導入活動 | <p>【活動一】給定「同底同高」三角形(甲、乙、丙)，複習三角形面積公式。</p> <p>◆探究情境設計：大屏呈現甲、乙、丙三角形，透過三角形面積公式，發現同底同高的三角形面積會一樣大。</p> <p>李老師在平方公分紙上畫了3個三角形。</p>  <p>甲三角形：底4公分，高5公分 乙三角形：底4公分，高5公分 丙三角形：底4公分，高5公分</p> | <p style="text-align: center; border: 1px solid green; padding: 5px;">教師導學</p> <p>A1：要怎麼知道三角形的面積？</p> <p>A3：要判斷麼知甲乙丙三角形誰的面積比較大，誰的面積比較小，還是一樣大？</p> <p>A5：透過圖像模型的動態呈現，同底同高的三角形面積會一樣大但形狀可能不同。</p> | <p>R3 圖像模型</p> <p>R5 口說語言</p> <p>R3 圖像模型</p> <p>R4、R5：透過公式，口頭發表</p> | <p>轉1：複習三角形面積公式。</p> <p>轉2：透過等積異形的三個三角形，讓學生發現三角形同底同高時面積會一樣大。</p> |

| | | | | |
|-------------|--|---|--|---|
| | <p>討論重點： 三角形面積公式是底\times高$\div 2$，當底和高一樣時，三角形的面積會一樣大，但形狀可能不同。</p> <p>◆學習活動： 全班討論，個人發表。</p> | |  | |
| <p>開展活動</p> | <p>【活動二】透過(底相同、高不同)的三角形發現面積與高之間的關係</p> <p>◆探究情境設計： 大屏呈現虛擬釘板 ABC 三角形，透過三角形面積公式，發現當底邊相同時，面積與高呈倍數關係</p> <p>討論重點：三角形的底不變，如果高變為原來的 N 倍時，面積會變回原來的 N 倍。</p> <p>◆學習活動： 1. 每 2 人 1 組發下 1 個釘板及橡皮筋 1 袋。 2. 學生兩兩討論發表看法。</p> | <p>組內共學 組間互學</p> <p>A1：請問三角形面積的大小，受哪些因素的影響？ A1：這 3 個三角形哪裡一樣，哪裡不一樣？ A3：請你們在釘板上做出跟老師一樣的 3 個三角形，仔細觀察這 3 個三角形的面積大小有什麼關係？</p> <p>A5：所以，當底一樣時，高變為原來的 N 倍，面積會變為原來的 N 倍。</p> | <p>R5：學生口頭發表。 R5：學生口頭發表。 T1 實體學具 R5：學生口頭發表。</p>  <p>T1 實體學具 R5：學生口頭發表。</p> | <p>做 1：透過三角形的動態操作，理解底、高之間的倍數與面積的關係。 做 3：能用數學語言說明三角形面積與底高之間的關係。</p> |

A3：請你在釘板上做出一個三角形，它的高跟三角形 A 一樣長，面積是 A 三角形的 2 倍。這個三角形的底應該是多少？



R5：學生口頭發表
R4、R5：學生透過算式表徵及口頭說明

第一節完

深化活動「先評量，後討論」

【活動三】使用建構反應題評量學生對三角形高相同時，其底和面積的變化關係，並透過評量後的教學回饋討論，理解三角形底、高與面積大小的變化關係

◆評量活動：學生個人紙本作答(發下建構反應題，答題後，利用 HITEACH 拍照上傳於大屏，以利用討論)

◆評量後的教學回饋討論：

1. 以行間巡方式快速了解班上學生「正確類型」及「錯誤類型」的人數比率，進而決定討論內容的時間分配。
2. 老師依據學生作答情形進行後續回饋教學討論：(分兩階段處理)
 - (1) 錯誤例 1、2 都是本題典型的錯誤，並無層次上的差異，故依序討論

學生自學

教師導學

可能的典型錯誤類型如下：

(需說明選擇討論哪些錯誤例，以及討論的順序原因-原則上以最多學生出現的錯誤類型先進行討論)

(1)錯誤類型一：誤認為乙和丙的面積都一樣

乙面積會是甲的 2 倍
因為乙和丙的面積一樣

A3：你怎麼知道乙和丙的面積會一樣大？(提問目的：讓學生回到題目重新

(
配合針對澄清不同的錯誤例使用的表徵及學具進行說明)

做 2：透過圖示表徵，讓學生理解三角形底相同時，其高和面積的變化，並利用非選題的評量活動，澄清討論迷思概念，並分享不同的解題策略。

得 1：透過評量題引發學生應用三角形的面積公式，提

R4、R5：學生透過算式及口頭說明

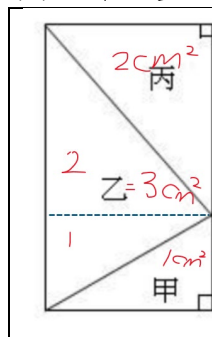
| | | | |
|--|---|---|--|
| <p>A. 請錯誤類型 1(誤認為乙和丙面積一樣)的學生，發表解題想法。</p> <p>B. 以 A3 提問讓學生進行反思(2 人小組分享想法)</p> <p>C. 以 A3 提問，請幾位有不同看法的學生發表錯誤之處並修正錯誤學生的迷思概念。</p> <p>D. 請錯誤例 2(誤以為丙的面積是甲的 2 倍)的學生發表解題想法。</p> <p>E. 以 A3 提問請學生說明算式的意思</p> <p>F. 以 A3 提問幫助學生思考丙面積是甲面積 2 倍的不合理性，請不同看法的學生發表想法澄清錯誤。</p> <p>(2) 再處理正確例：(本題呈現 2 種正確例，先呈現正確例觀察討論，再呈現優良正確例 2 提昇思考層次)</p> <p>A. 請正確例學生發表解題想法，利用輔助線而得知乙的面積等於甲面積+丙面積</p> | <p>檢視，如何判斷乙與丙面積的大小)</p> <p>A1：乙和丙面積一樣大的看法，有人不同意嗎?說說看你是怎麼想的 (提問目的：澄清孩子的錯誤概念)</p> <p>A5：我們是不是從圖中就可以看出來乙和丙的面積不一樣大?(提問目的：確認學生從直觀中就可以知道乙和丙面積不一樣大。</p> <p>(1)錯誤類型二:誤認為甲、乙、丙三者的面積關係皆為 2 倍。</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: 10px auto;"> <p>$2 \times 2 = 4$</p> <p>乙面積是甲的 4 倍</p> </div> <p>A3：說說看，算式中的「2×2」是什麼意思? (提問目的：讓學生回到題目重新檢視，甲乙丙之間的倍數關係)</p> <p>A3. 題目只說「丙班認養的面積是甲班的 2 倍」，你是怎麼判斷「乙班認養的面積是丙班的 2 倍」呢? (提問目的：檢視透過丙面積是甲的 2 倍，推論乙面積是丙 2 倍的合理性)。</p> <p>可能的正確解題策略如下： 先呈現正確例--在圖中畫輔助線，假設面積數據，說明甲乙丙之間的面積關</p> | <p>R4、R5：學生透過算式及口頭說明，發現無法從題目中得知乙班的面積是甲班的 2 倍。</p> <p>R3、R5：透過學生口頭說明，判斷的理由</p> <p>R3、R5：透過學生口頭說明</p> <p>R3、R5：透過學生口頭說明，發現自己推論錯誤的地方。</p> | <p>昇學生思考層次。</p> <p>做 3：能用數學語言說明三角形面積與底高之間的關係。</p> <p>得 2：利用評量題不同解題的策略，讓學生從不同的策略中去思考底、高與面積之間關係</p> <p>做 1：透過三角形的動態操作，理解底、高之間的倍數與面積的關係。</p> <p>做 2：透過圖示表徵，讓學生理解三角形底相同時，其高和面積的變化，並利用非選題的評量活動，澄清討論</p> |
|--|---|---|--|

- B. 教師先呈現正確例，以 A3 提問引導學生利用輔助線理解甲乙丙面積之間的關係
- C. 再呈現優良正確例，請學生發表解題想法說明因甲乙丙三角形同高所以底邊倍數及面積倍數。

◆學習活動：老師利用 HI teach 在大屏先呈現錯誤例澄清討論再呈現正確例提升解題思維。

係，再呈現優良正確例 2—以底邊的倍數關係判斷甲乙丙之間的面積關係。

(1) 正確類型：

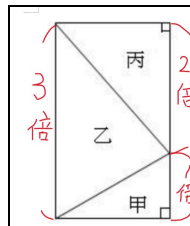


因為丙面積是甲的 2 倍，如果把丙的面積設為 2 平方公分，甲就是 1 平方公分，所以乙的面積是甲的 3 倍。

A3：你怎麼知道要畫這一條輔助線(提問目的：讓學生發現虛線是乙三角形的高。)

A5：透過這一條虛線如何幫助我們知道乙面積是甲的幾倍?(提問目的：讓學生理解乙=甲+丙)

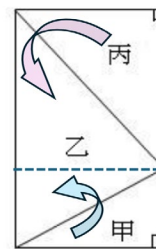
(2) 優良正確類型：



因為甲乙丙的高相同，所以丙的底長是甲的 2 倍，因丙和甲的底加起來=乙的底，2 倍+1 倍=3 倍所以，乙面積是甲的 3 倍。

R3、R5：學生利用圖示表徵口說明。

R3、R5：學生利用圖示表徵口說明乙=甲+丙。



R3、R5：學生口頭說明，教師在大屏操作輔以動態圖示表徵證明甲乙丙等高。

R3、R5：利用動態圖示表徵說明當三角形高相同時，底邊長與面積之間的關係。

迷思概念，並分享不同的解題策略。

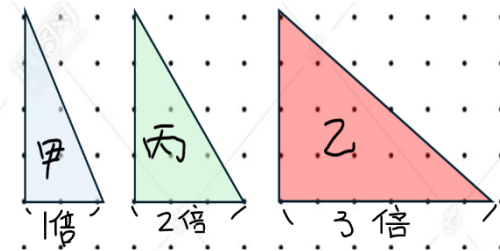
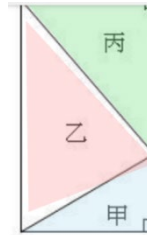
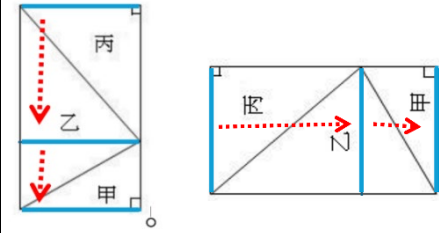
做 3：能用數學語言說明三角形面積與底高之間的關係。

得 1：透過評量題引發學生應用三角形的面積公式，提昇學生思考層次。

得 2：從思考解題策略的過程中，培養解題思維。

A3：你怎麼知道甲、乙、丙三個三角形的高相同？
(提問目的：確認學生理解甲乙丙三角形等高)

A3：「同高不同底」的三角形，面積的大小跟底邊長有什麼關係？
(提問目的：當三角形等高時，底邊長與面積成倍數關係)



第二節課完