

## 數學魔術學習單：神秘隱身數，倍數學習更趣味



請你幫我寫一個三位數字，三個數字不要一樣。



寫好了。

923



請你幫我把這組三位數再抄一次，變成一組六位數，不可以讓我知道。



寫好了。

923923



請你把這組六位數除以 7，商算到整數位就好。再把這個商除以 13，商一樣算到整數位。算好後不要把答案說出來。



算好了。

10153



請你從算出來的答案中選出一個數字，將那個數字藏在心裡，並用『□』符號代替，然後寫出來讓我知道。



寫好了。

101□3



我感應到了，藏在你心裡的數字是 5。



太神奇了！

想一想，老師到底是怎麼做到呢？

要怎麼樣才可以很快就猜出學生所隱藏的數字呢？



## 神秘隱身數 操作流程

<b>準備</b>	一支筆、一張紙。	
<b>流程</b>	<p><b>口語表達</b></p> <p><b>魔術師：</b>請寫一組三位數字，數字盡量不要一樣，會更有趣。</p> <p><b>魔術師：</b>接著把這組三位數再抄一次，變成一組六位數，不要讓我知道；例如 123，後面再抄一次，就會變成 123123。</p> <p><b>觀眾：</b>我寫好了。 (假設觀眾寫 923923)</p> <p><b>魔術師：</b>把這組六位數除以 7，商算到整數位即可。再把這個商除以 13，商一樣算到整數位。算好後不要把答案說出來。</p> <p><b>觀眾：</b>我算好了。 (假設結果為 10153)</p> <p><b>魔術師：</b>從答案中圈出一個數字，不要唸出來，將這個數字隱藏，並用「□」符號代替和寫出來讓我知道。</p> <p><b>觀眾：</b>寫好了。 (假設觀眾寫 101□3)</p> <p><b>魔術師：</b>隱藏的數字是 5!</p>	<p><b>操作細節</b></p> <p>必須慢慢說明，避免觀眾前、後三位數寫的不一樣。</p> <p>提醒觀眾不要說出來。</p> <p>特別強調到整數位即可，才不會覺得怎麼都剛好整除，因為這個魔術的祕密就是這個六位數必為 7、11、13 的倍數。</p> <p>如果不熟練，記得先拿紙筆在手上，方便計算，但速度要快才會神奇，需要多練習。</p>

## 神秘隱身數 操作模板

1. 首先，寫一個三位數，數字盡量不要一樣。
2. 接著，把這個三位數抄一次，變成一個六位數。
3. 再來，把六位數除以 7，商算到整數位即可；  
再把這個商除以 13，商一樣算到整數位。  
(算好後不要把答案說出來)
4. 最後，從答案中圈出一個數字，不要唸出來，將這個數字隱藏，並用「□」代替和寫(或唸)出來。

步驟	觀眾操作	
1、2	<input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/>	
3	除以 7	除以 13
4	(寫下最後得到的數字)	

## 神秘隱身數 學習單

一、首先，我們使用代數表達進行整理和觀察：

代數表達	定位板	十萬	萬	千	百	十	個
假設三位數為 ABC		A	B	C	0	0	0
六位數為 ABCABC	+)				A	B	C
	總和	A	B	C	A	B	C
<b>列式表達</b>							
六位數 ABCABC = _____ = _____ = _____							

二、接著，分析討論六位數 ABCABC 的性質：

不管三位數 ABC 是多少，六位數 ABCABC 一定可以寫成三位數 ABC

× \_\_\_\_\_，

又 \_\_\_\_\_，

所以 \_\_\_\_\_。

三、魔數秘密：

① 11 的倍數判別。

一個整數的 \_\_\_\_\_ 與 \_\_\_\_\_，

相差 0 或是 11 的倍數時，則該整數為 11 的倍數。

【例 1】18920 是 11 的倍數嗎？

\_\_\_\_\_

【例 2】75988 是 11 的倍數嗎？

\_\_\_\_\_

所以利用這個特性，就能猜出隱藏的數字，假設觀眾寫  $18\square 8$ ， $\square = ?$

\_\_\_\_\_

② 如果想知道原來觀眾寫的三位數 ABC 是多少，把還原後的那組數字再

\_\_\_\_\_，就是觀眾原先想的三位數 ABC 喔！

## 神秘隱身數 學習單(教師版)

一、首先,我們使用代數表達進行整理和觀察:

代數表達	定位板	十萬	萬	千	百	十	個
假設三位數為 ABC		A	B	C	0	0	0
六位數為 ABCABC	+)				A	B	C
	總和	A	B	C	A	B	C
列式表達							
六位數 ABCABC = 三位數 ABC $\times$ 1000 + 三位數 ABC $\times$ 1 = 三位數 ABC $\times$ (1000 + 1) = 三位數 ABC $\times$ 1001							

二、接著,分析討論六位數 ABCABC 的性質:

不管三位數 ABC 是多少,六位數 ABCABC 一定可以寫成三位數 ABC  $\times$  1001,  
又 1001 的質因數分解 =  $7 \times 11 \times 13$ ,所以此六位數必定是 7、11、13 的倍數。

三、魔數秘密:

①11 的倍數判別。

一個整數的「奇數位個數字的和」與「偶數位各數字的和」,相差 0 或是 11 的倍數時,則該整數為 11 的倍數。

【例 1】18920 是 11 的倍數嗎?

$$1 + 9 + 0 = 10, 8 + 2 = 10, 10 - 10 = 0; \text{是。}$$

【例 2】75988 是 11 的倍數嗎?

$$7 + 9 + 8 = 24, 5 + 8 = 13, 24 - 13 = 11; \text{是。}$$

所以利用這個特性,就能猜出隱藏的數字,假設觀眾寫  $18\square 8$ ,  $\square = ?$

$$8 + 8 = 16, \square = 16 - 11 - 1 = 4$$

②如果想知道原來觀眾寫的三位數 ABC 是多少,把還原後的那組數字再除以 11,就是觀眾原先想的三位數 ABC 喔!

## 神秘隱身數 延伸問題

班級\_\_\_\_\_ 座號\_\_\_\_\_ 姓名\_\_\_\_\_

### 題目 1

想想 11 的倍數判讀法，為什麼可以用跳格子的方式互減即可判斷。

例如：三位數 ABC

$$\begin{aligned} \text{我們可以寫成三位數 } ABC &= 100A + 10B + C \\ &= 99A + A + 11B - B + C \\ &= 99A + 11B + (A + C - B) \end{aligned}$$

因為「 $99A + 11B$ 」是 11 的倍數，剩下  $(A + C - B)$  就是判斷的依據了。

接下來換你寫寫看，如果是六位數 ABCDEF，要怎麼分解這個算式？

### 題目 2

老水手知道一個神秘寶箱的密碼鎖是 11 的倍數，但是藏寶圖上有兩個數字破損了，老水手只記得那兩個數字是同一個數字，這個寶箱只要轉錯密碼就會爆炸，你能幫老水手解開這個數字嗎？



## 神秘隱身數 延伸問題(教師版)

班級\_\_\_\_\_ 座號\_\_\_\_\_ 姓名\_\_\_\_\_

### 題目 1

想想 11 的倍數判讀法，為什麼可以用跳格子的方式互減即可判斷。

例如：三位數 ABC

$$\begin{aligned} \text{我們可以寫成三位數 } ABC &= 100A + 10B + C \\ &= 99A + A + 11B - B + C \\ &= 99A + 11B + (A + C - B) \end{aligned}$$

因為「 $99A + 11B$ 」是 11 的倍數，剩下  $(A + C - B)$  就是判斷的依據了。

接下來換你寫寫看，如果是六位數 ABCDEF，要怎麼分解這個算式？

六位數 ABCDEF

$$\begin{aligned} &= 100000A + 10000B + 1000C + 100D + 10E + F \\ &= 100001A - A + 9999B + B + 1001C - C + 99D + D + 11E - E + F \\ &= 100001A + 9999B + 1001C + 99D + 11E + (B + D + F) - (A + C + E) \end{aligned}$$

因為「 $100001A + 9999B + 1001C + 99D + 11E$ 」是 11 的倍數，  
剩下  $(B + D + F) - (A + C + E)$  就是判斷的依據了。

### 題目 2

老水手知道一個神秘寶箱的密碼鎖是 11 的倍數，但是藏寶圖上有兩個數字破損了，老水手只記得那兩個數字是同一個數字，這個寶箱只要轉錯密碼就會爆炸，你能幫老水手解開這個數字嗎？

假設破損的數字為  $x$ ，

$$2 + 5 + 8 + 7 = 22$$

$$2x + 9 + 7 = 11 \text{ 或 } 22 \text{ 或 } 33, \text{ 只有 } 22 \text{ 符合}$$

$$2x + 9 + 7 = 22, 2x = 6, x = 3$$



\*本教學資源題目、文字摘自《魔數學習單》一書\*



- 作者：莊惟棟、王姁妃
- 適讀年齡：0~99 歲
- 出版社：墨刻